



TITLE:

不安定な境界流の非線形発展形態 (流体における波動現象の数理とその応用)

AUTHOR(S):

島田, 浩二; 久保川, 厚

CITATION:

島田, 浩二 ...[et al]. 不安定な境界流の非線形発展形態(流体における波動現象の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 1994, 866: 132-143

ISSUE DATE:

1994-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/83937>

RIGHT:

不安定な境界流の非線形発展形態

九大・総理工 島田浩二 (Koji Shimada)
九大・総理工 久保川厚 (Atsushi Kubokawa)

1 はじめに

海洋の陸岸境界近傍には、その境界に沿って海流（境界流）が存在することが多い。黒潮や Gulf Stream などの西岸境界流、津軽暖流や宗谷暖流などの沿岸密度流、カリフォルニア海流のように風応力に伴う沿岸湧昇によって生じる境界流などがある。これらの境界流上には、様々な変動形態があることが人工衛星の熱赤外面像や流氷レーダーなどにより観測されている。例えば、本州南岸を流れる黒潮には、非大蛇行流路と紀伊半島から伊豆海嶺間で蛇行する大蛇行流路があることが知られている。Wakatsuchi and Ohshima (1990) は流氷レーダーによる観測から、宗谷暖流上には、上流側に碎波する変動パターンが存在することを報告している。また、Ohshima and Wakatsuchi (1990) は、この変動は、順圧不安定によって説明可能であることを 1 層浅水方程式を基にした数値実験により示した。カリフォルニア海流では、夏から秋には、境界流上の擾乱が切離し渦対が形成される変動形態をとり、一方、冬から春には、境界流が大きく蛇行する形態をとることが知られている。これは、風応力の場合の季節変動に伴い、駆動される境界流の流速分布が変動するためであるとされている (Ikeda et al. (1984a,b), Ikeda and Emery (1984))。さらに、Ikeda et al. (1984a,b), Ikeda and Emery (1984) は、4 層準地衡流水路モデルを用い、夏-秋、冬-春の代表的な流速場の線形安定性、及び数値実験によりその非線形発展を調べており、冬-春に見られる境界流の蛇行の波長は最大成長率をもつ不安定波にほぼ一致することを確認した。一方、夏-秋に見られる変動のスケールは、線形安定性だけでは説明できず、海岸地形によって励起された擾乱が、非線形相互作用を通して red cascade することにより再現され得ることを数値実験により示した。

本研究では、境界流上の変動形態の違いを、不安定な境界流の非線形発展の仕方の違いとして捉え、出来るだけ単純なモデルでそのメカニズムを抽出することを試みる。ここでは、有限個の一樣渦度（渦位）領域で記述される流れの場を考え、境界に沿う方向には周期境界条件を課すものとする。

2 章では、線形的に不安定な 2 次元非発散境界流の非線形発展形態の基本場の渦度分布、波長依存性を Contour Dynamics 法を用いた数値実験により調べ、不安定波の位相関係もしくは不安定波から生成される渦の結合関係の相違によって、非線形発展形態を 3 つのパターンに分類する。さらに、この観点から、一樣渦度（渦位）領域を点渦に近似したモデルを考え、相空間での解軌道の特性を調べる。点渦モデルから得られる解軌道のパターンは、数値実験により得られる発展形態に対応しており、定性的には点渦モデルによって発展形態のパラメータ依存性を説明できることを示す。3 章では、2 層傾圧境界流の場合に拡張する。2 層モデルの場合に特徴的なことは、不安定波の振幅が振動する発展形態が存在することである。ここでは、渦位分布、層厚比を固定し、岸での平均流速及び波数を変化させて、振幅振動のメカニズムを探る。

2 不安定な 2 次元非発散境界流の非線形発展

地球流体中に現れる不安定には主として、運動エネルギーの集中を解消するために生じる不安定（順圧不安定 or シアー不安定）とポテンシャル・エネルギーの集中（鉛直シアー）を解消するために生じる不安定（傾圧不安定）がある。後者の不安定には密度成層が不可欠である。この章では、まず手始めとして、順圧不安定のみが可能な 2 次元非発散流について考える。

2.1 基礎方程式とモデル

基礎方程式としては、2 次元の渦度方程式を採用する。モデルは【図 1】に示すように、3 つの一樣渦度領域（2 本の渦度フロント）で記述される場を考える。 $q_2 - q_1$ と $q_3 - q_2$ の符号が異なることが不安定のための必要条件である。ここで対象とする不安定とは、渦度傾度を復元力する波の共鳴というメカニズムで生じる。従って、不安定が可能となるためには 2 本以上のフロントの存在が必要である。つまり、【図 1】で示されるような場は不安定が起こり得る最も単純な場と見なすことができる。また、境界に沿う方向については周期的なものを考える。流線は渦度にグリーン関数を掛けて面積分したもので表され、流速場はその空間微分で表される。有限個の一樣渦度分布で記述される場に対しては、

$$[u(x, y), v(x, y)] = q \text{ difference } \int_{\partial D} G(x, y; \xi, \eta) [d\xi, d\eta] \quad (2.1)$$

$$G(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \log \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \quad \text{for Poisson eq.} \quad (2.2)$$

のように、流速場は、グリーン関数を渦度フロントに沿って線積分したものにフロントを挟んでの渦度差を掛けたものに帰着できる。さらに、場の発展についても、渦度フロントの位置の発展のみを追跡すればよいことになり、計算もグリッド・モデルと比べて非常に簡単なものになる。この手法は、Zabusky et al. (1979) により考案された手法で、Contour Dynamics 法と呼ばれる。数値計算では、フロントを有限個の節 (node) で表し、これを式 (2.1) から得られる流速で Lagrange 的に流し場の発展を求める。ここでは、計算精度を保つために、引き伸ばされた部分に対しては、node の挿入を行い、また、縮められた部分からは node を削除するという操作を行っている。さらに、本研究では、予め設定した最小コンター間距離よりも同一コンターのコンター間距離が小さくなったときには、コンターを結合させる Contour Surgery を導入している。ここで用いる手法は、Dritchel (1988) の node を線分要素間に挿入する方法とは若干異なり、線分要素同士を結合させる方法を用いている【図2】。Contour Surgery 法の利点として、(1) 渦の切離や融合、流速場への寄与が無視できるぐらい十分細くなったフィラメントの消滅が表現が可能になること (2) 不必要な node の増大を防ぎ、計算効率を高めることができることの2点が挙げられる。

2.2 数値実験結果

初期擾乱として微小振幅線形不安定波を基本場に重ね合わせ、その非線形発展形態を Contour Dynamics 法を用いた数値実験により調べる。2次元非発散の場合には、特徴的なスケールが存在しないので、場の発展を支配するパラメータは、領域1と領域2の渦度の比 (q_1/q_2)、基本場のフロント位置の比 (\bar{L}_1/\bar{L}_2) のみになる。ここでは、 $q_2 = -1.0$, $\bar{L}_2 = 1.0$ に固定する。時間に関しては、 $1/|U(\bar{L}_1)|$ で規格化する。また、基本場におけるフロント2での流速を0としている。

非線形発展形態の違いを、不安定に伴い生ずる渦の結合関係の違い、または、不安定波の位相関係の違いとして捉える。そこで、この関係を明確にするために、各渦度領域に対して、渦度領域の中心 (x_{ci} , y_{ci}) を導入する。これは、定性的には、各渦度領域をそれと等しい循環を持つ点渦で近似したものに对应している。その y 成分については、 y 方向の重心位置、

$$y_{ci} = \frac{\int_{x_0}^{x_0+\lambda} \int_{L_{i-1}(x)}^{L_i(x)} y \, dx dy}{\int_{x_0}^{x_0+\lambda} \int_{L_{i-1}(x)}^{L_i(x)} dx dy} = \frac{1}{2} \frac{\int_{x_0}^{x_0+\lambda} [L_i^2(x) - L_{i-1}^2(x)] dx}{\int_{x_0}^{x_0+\lambda} [L_i(x) - L_{i-1}(x)] dx} \quad (2.3)$$

但し、 $L_0 = 0$ (境界)

x 成分については、以下の式、

$$f(x_{ci}) \equiv \int_{x_{ci}-\frac{\lambda}{2}}^{x_{ci}+\frac{\lambda}{2}} \int_{L_{i-1}(x)}^{L_i(x)} (x - x_{ci}) \, dy dx = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{df(x_{ci})}{dx_{ci}} < 0 \quad (2.5)$$

を満たす x_{ci} で定義している。中心位置は数値実験結果の図中には*印で示している。

2.2.1 渦度分布依存性

全循環が0の場合についての結果を3ケース示す。いずれも、最大成長率を持つ線形不安定波を初期擾乱として与えている。【図3】に分散関係を示す。

渦対型

【図4 (case a)】は、 $q_1 = 1.0$, $\bar{L}_1 = 0.5$, $k = 2.58$ のときの結果である。領域1の中心位置が領域2の中心位置に対して先行した配置 (下流側) にあり、この中心位置に点渦が置かれているとすると、互いの波の振幅を増大させる関係にある (例えば、 $T=3.00$)。さらに時間が経過すると、不安定波から渦が切離し、渦対が形成される ($T=9.50$)。その後も渦度領域の中心の位置関係は変化せず、境界流を形成していた流体は、渦対によって沖合いに輸送される。

碎波型

【図5 (case b)】は、 $q_1 = 0.33$, $\bar{L}_1 = 0.75$, $k = 3.92$ のときの結果である。不安定波の発達初期段階では、領域1の中心位置が領域2の中心位置に対して先行した配置 (下流側) にあるが、領域2の渦度が領域1の渦度に対して大きいため、case a の場合のように渦対は形成されず、領域2から切離して形成され

た渦に領域1の流体が巻き付く格好で碎波する($T=5.00$)。その後、渦度領域の中心位置は離れてゆき、やがて、隣の周期領域の渦と結合するようになる($T=7.50$)。渦度領域の中心を点渦と見なすと、これは、渦が境界方向へ移動する結合関係、言い換えると波が減衰する結合関係にある。その後、再び、結合関係を入れ換え、領域1の中心位置が先行する配置になり、再び波は成長し始める。そして、再び碎波するというサイクルを繰り返す。この形態では、渦度領域の中心のx成分が一致することはない。

捕捉型

【図6 (case c)】は、 $q_1 = 3.0$, $\bar{L}_1 = 0.33$, $k = 2.48$ のときの結果である。このときには、領域1の渦度が領域2の渦度よりも大きいため、領域1の流体は、領域2の流体よりも、自身の鏡像との結合が強くなる。従って、領域2の流体は、領域1の流体を持ち上げることができず、領域1の流体は境界に捕捉されたままになる。

2.2.2 波数(周期長)依存性

不安定な流れの場合からは、最大成長率をもつ不安定波が出現するのが自然であろうが、何らかの特定のスケールをもつ擾乱が系に加えられた場合には、そのスケールを持つ不安定波が出現することが考えられる。そこで、ここでは、基本場は2.2.1節で与えたものと同様で、不安定波の波数(周期長)のみが異なる場合について調べる。

【図7 (case as)】に基本場の渦度分布は、case aの場合と同様で、初期に与える不安定波の波数を最大成長率を持つ波よりも大きい値($k=3.354$)で与えた場合の非線形発展の様子を示す。最大成長率を持つ波の場合と同様に渦対が形成される。しかし、この場合には、周期長がcase aよりも短く、隣の周期領域にある渦の影響を受やすくなるため、case aのときに比べ、渦対の沖合への移動距離は減少する($T=50.00$) [cf. 【図4】($T=30.00$)]。

【図8 (case bl)】に基本場の渦度分布は、case bの場合と同様で、初期に与える不安定波の波数を最大成長率を持つ波よりも小さい値($k=1.96$)で与えたときの非線形発展の様子を示す。最大成長率を持つ不安定波を初期に与えた場合と同様に、不安定波の成長に伴い、領域2からは渦が切離し、領域1の流体が巻き付く格好で碎波する($T=10.00$)。その後、渦対が形成され、これが境界方向に移動し($T=12.00$)、再び領域1の流体が領域2の渦に巻き付く格好で碎波する($T=20.00$)。最大成長率の不安定波を初期に与えた場合と決定的に異なるのは、これら一連の過程で、領域1の渦度分布の中心位置が領域2の中心位置に対して先行する配置(下流側)が維持されていることである。これは、最大成長率を初期に与えた場合と比べて、周期長が長く、隣の周期領域にある渦の影響を受けにくいためである。このような過程が繰り返され、巨大な渦対が形成(組織化)されてゆく($T=24.00$)。この場合の形態は渦対型であり、最大成長率を持つ不安定波を初期に与えたときの結果とは大きく異なる。

2.2.3 不安定波の成長に非対称性がある場合

2.2.1、2.2.2節では、初期擾乱が単色波で与えられる場合について調べた。これらの場合には、どの周期領域にある擾乱も同じように成長することを仮定したことになる。しかし、現実的には、外的な擾乱、海岸地形など様々な影響により、不安定波の成長に非対称性が現れる可能性がある。この章では、初期に異なる波数の線形不安定波を2つ(波数 k と $2k$)与え、その非線形発展を調べる。

基本場の渦度分布は $q_1 = 0.33$, $\bar{L}_1 = 0.75$ でcase b及びcase blと同じで、最大成長率($k = 3.92$: case bと同じ)をもつ不安定波と、その半分の波数($k = 1.96$: case blと同じ)をもつ不安定波を初期擾乱として与えたときの発展を調べる。

【図9】に、初期に与える線形不安定波の振幅をいずれの波数の波についても0.025としたときの発展を示す。発展の初期段階では、最大成長率をもつ $k = 3.92$ の不安定波が顕著に現れる。やがて、領域1の渦度領域が融合するが、境界に捕捉されたままであり、最終的には、case bと同じ碎波型になる。

【図10】に、不安定波の初期振幅をいずれの波数についても0.100としたときの発展形態を示す。この場合には、融合によって領域1の流体が局在化し渦が生成され、これが領域2から切離して生成された渦と渦対を形成し、境界から離れてゆく渦対型の形態となる。図9との違いは、初期振幅が大きいため、成長した段階での2つの波数成分の振幅比はそう大きくなり、長波長の擾乱の影響が大きくなることによる。最大成長率をもつ不安定波の発展の非対称性が大きいほど、発展形態は、渦対型になる傾向にある。

2.3 相空間における点渦群の挙動

Contour Dynamics法による数値実験では、周期長が長くなるほど(長波ほど)非線形発展形態は渦対型になる傾向が見られた。ここでは、点渦モデルを用いてその物理的な意味を明確にする。

数値実験で得られた非線形発展形態はいずれも渦構造を呈するものであった。そこで、数値実験で与えた2つの渦度領域を、2つの点渦（1周期長当たり）で近似したモデルを考える（【図11】）。この系では、境界に直交する成分の渦度分布の重心が保存される。全循環がゼロの場合には、重心は定義できないので、ここでは保存量として、以下の、

$$I = \frac{\pi}{2\lambda}(\Gamma_1 y_1 + \Gamma_2 y_2) \quad (2.6)$$

を考える。この I を用いて、点渦の y 方向の位置は、

$$y_1 = \frac{\lambda}{\pi\Gamma_1}(I + \eta), \quad y_2 = \frac{\lambda}{\pi\Gamma_2}(I - \eta) \quad (2.7)$$

と表すことができる。また x 方向は周期的な場を考えているので、相対位置のみが重要で、

$$\frac{\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \xi \quad (2.8)$$

と表すことができる。つまり、点渦の位置を2変数 (ξ, η) で表すことができる。単位長さ当たりのエネルギー（Hamiltonian: H ）は、変数 (ξ, η) を用いて、

$$H = -\frac{1}{4\pi\lambda}[(\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2)\log\frac{\pi}{\lambda} - \frac{\Gamma_1^2}{2}\log\{\cosh^2\frac{2}{\Gamma_1}(I + \eta) - 1\} - \frac{\Gamma_2^2}{2}\log\{\cosh^2\frac{2}{\Gamma_2}(I - \eta) - 1\} \\ + \Gamma_1\Gamma_2\log\frac{\cosh^2\{(\frac{1}{\Gamma_1} - \frac{1}{\Gamma_2})I + (\frac{1}{\Gamma_1} + \frac{1}{\Gamma_2})\eta\} - \cos^2\xi}{\cosh^2\{(\frac{1}{\Gamma_1} + \frac{1}{\Gamma_2})I + (\frac{1}{\Gamma_1} - \frac{1}{\Gamma_2})\eta\} - \cos^2\xi}] \quad (2.9)$$

と表される。 I と H の値が定まれば、相空間 (ξ, η) 上での解軌道は決定される。

数値実験では、外力、散逸のない系を対象としていた。従って、基本場の渦度分布が同じであれば、初期に与える擾乱の振幅が微小である限り、単位長さ当たりの Hamiltonian は、擾乱の波数（波長）には依存しないはずである。そこで、 I , Γ_1/λ , Γ_2/λ を固定し、同じ Hamiltonian の値をもつ軌道パターンの λ 依存性を調べる。 $E=1.1$ の等高線に注目する。 $\lambda=2.2$ の場合には、 $E=1.1$ の軌道は【図12a】に示すように、2つの軌道（A, B）に分かれている。Aは楕型を呈しており、 $\xi=0$ となることはなく、隣合う周期領域にある点渦と結合関係を周期的に組み換えるパターンを表している。これは、数値実験で得られた碎波型の発展形態に対応している【図13a】。Bは、次から次へと結合関係を換えてゆき、ある時間に結合している点渦が無限に離れてゆくパターンを意味している。周期長（波長）が増大すると（ $\lambda=3.2$ ）、A, Bの軌道が1つになり、鍵穴型（C）を呈するようになる【図12b】。この解軌道の性質は、数値実験で得られた渦対型の発展形態に対応している【図13b】。このように、数値実験で得られた、擾乱の波長の変化に伴う、非線形発展の質的な変化は、解軌道のカタストロフ的な変化として捉えることができる。点渦モデルで、不安定波の非線形発展形態を定量的に予測することは不可能であるが、あるパラメータを変化させると、どのような方向に発展形態が変化するかといった定性的な予測には非常に有効である。

3 不安定な2層傾圧境界流の非線形発展

これまでの、2次元非発散流に議論を限定してきた。現実の海洋は、密度成層しており、密度面が傾斜していれば、流れの場は鉛直構造をもつ。また、密度面の傾斜は、上層と下層で逆符号の渦位傾度をもたらす、これを復元力とする波の結合によって不安定が生じる可能性がある。実際、カリフォルニア海流の蛇行や、黒潮の蛇行などは、傾圧不安定によって引き起こされることが指摘されている（Ikeda et al. (1984a,b), Ikeda and Emery (1984), Yoon and Yasuda (1986), Kubokawa (1989), McCreary et al. (1991)）。ここでは、成層存在下での不安定な境界流の非線形発展について調べる。但し、ここで扱う不安定は、順圧不安定、傾圧不安定がともに存在する不安定であることを付記しておく。

3.1 基礎方程式とモデル

ここでは、水平スケールが数10～100 km、時間スケールが慣性周期以上の現象を最も簡単に表現できる f 平面2層準地衡流渦位方程式、

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} + J(\psi_i, q_i) = 0 \quad (3.10)$$

を用いる（ $i=1$: 上層、 $i=2$: 下層）。 q_i は、準地衡流渦位で、

$$q_i = \nabla^2 \psi_i + (-1)^i F(\psi_1 - \delta \psi_2) \quad (3.11)$$

$\delta = H_1/H_2$, $F = (L/L_R)^2$, $L_R = \sqrt{g'H_1}/f$ (上層の変形半径), $g' = (\rho_2 - \rho_1)g/\rho_0$ (有効重力) である。準地衡流渦位 (方程式) は、 $F \rightarrow 0$ 、即ち、変形半径よりも十分小さなスケールの現象に対して、2次元の渦度 (方程式) に帰着される。水平スケールを、 $L = L_R/\sqrt{1+\delta}$ ($F = (1+\delta)^{-1}$) でスケーリングし、順圧、傾圧モードに分けて記述すると、

$$q_T = \nabla^2 \psi_T, \quad q_C = \nabla^2 \psi_C - \psi_C \quad (3.12)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} q_T &= q_1 + q_2, & \psi_T &= \psi_1 + \psi_2 \\ q_C &= q_1 - \delta q_2, & \psi_C &= \psi_1 - \delta \psi_2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

である。このように、順圧モードの方程式は、2次元の渦度方程式と同じで、Poisson 型になり、傾圧モードの方程式は、Helmholtz 型になる。

ここでは、【図14】に示されるように、上層、下層がそれぞれ2つの一様渦位領域 (岸側 $y < L_i$ の渦位が q_i 、沖側 $y > L_i$ の渦位が 0) からなる系を考える。また、 $(u_i, v_i) \rightarrow 0$ as $y \rightarrow \infty$ の捕捉条件を課すものとする。基本場の流速分布は、渦位分布と岸での平均傾圧流速を設定することにより定められる。この場合、不安定は上層、下層の渦位フロント上に現れる波の共鳴によって生じ、 q_1 と q_2 の符号が異なることが不安定のための必要条件となる。数値計算は2次元非発散のときと同様に Contour Dynamics 法を用いる。具体的には、まず、順圧及び傾圧モードの流速を計算し、これから layer の流速を求める。順圧流速は、2次元非発散流の場合と全く同様にして求められる。傾圧流速については、2つの成分、

$$\psi_C = \psi_a + \alpha(t)\psi_b \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi_a - \psi_a &= q_C & \psi_a &= 0 & \text{on boundary} \\ \nabla^2 \psi_b - \psi_b &= 0 & \psi_b &= 1 & \text{on boundary} \end{aligned} \quad (3.15)$$

に分解して求める。(3.14) 式右辺第1項の流速場は、(2.1) 式の Green 関数を、第2種変形ベッセル関数、

$$G(x, y; \xi, \eta) = -(2\pi)^{-1} K_0(\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}) \quad \text{for Helmholtz eq.} \quad (3.16)$$

で置き換えたもので表される。一方、(3.14) 式右辺第2項の流速場は渦位0の流れの場であり、指数関数型の構造をもつ。その振幅 ($\alpha(t)$) は、積分保存量 (MASS、岸での平均流速、エネルギー) の保存条件から定められる。ここでは詳しく述べないが、岸での平均傾圧流速が一定であれば、積分保存量はすべて保存される。この非渦位成分の流速場の変動は、物理的には、流体の接岸、離岸に伴って生じる Kelvin 成分の流れの場の変動を意味している。これは、上層、下層に現れる擾乱の位相関係に対して重要であり、不安定波の非線形発展に影響をもつ。

3.2 数値実験結果

基本場のフロント位置 ($L_1 = 1.0, L_2 = 1.5$)、渦位 ($q_1 = 1.0, q_2 = -0.667$)、層厚比 ($\delta = 0.25$) を固定して、非線形発展形態の岸での平均傾圧流速 ($\bar{u}_C(0)$) 及び波数 (k) 依存性を調べる。【図15】に示すように、このパラメータ・レンジでは、非線形発展形態は大きく分けて4つのパターンに分類できる。長波側で渦対型になる傾向は、2次元非発散の場合と同じである。特に注目すべき点は、非線形発展形態が岸での平均傾圧流速に依存することと不安定波の振幅が振動するケースが現れることである。振幅の振動とは、上層と下層の波の位相関係が周期的に逆転することを意味している。この位相関係を変化させる要因となるのは、伝播速度の振幅依存性と波の振幅変化に伴う渦位0の流速場の変動である。そこで、波数 $k = 0.667$ を固定し、岸での平均傾圧流速のみを変化させたときの非線形発展形態の違いを考察する。

振動型1

【図16】に、 $\bar{u}_C(0) = -0.175$ のときの非線形発展形態を示す。図中の*印は2次元非発散の場合と同様に各渦位領域の中心を表している。不安定波が成長する過程では、上層の渦位分布の中心が下層の中心に対して先行した配置 (下流側) にあり、渦位分布の中心に点渦があるとすると、これは、お互いの振幅を増大し合う関係にある。不安定波が成長するとともに、中心位置は離れ、成長しきった段階で、隣の周期領域の波 (渦位分布の中心) と結合関係を入れ換えるようになり、不安定波の振幅は減衰し始める。振幅が減衰しきったところで、再び上層の中心が下層の中心に対して先行する配置 (下流側) になり再び不安定波は成長し始める。このように、不安定波の振幅が周期的に成長、減衰を繰り返す発展形態をとる。

渦対型

【図17】に、 $\bar{u}_C(0) = -0.125$ のときの非線形発展形態を示す。この場合には、振動型1のように、不安

定波の成長とともに、上層、下層の渦位分布の中心位置が離れることはなく、境界流を形成していた流体は渦対となって岸から離岸する。やがて、上層渦のまわりを下層渦が反時計まわりに回り、位相関係が逆転し渦は岸方向に移動するようになる。 $\bar{u}_c(0)$ の変化に伴う、振動型1と渦対型の発展形態の変化は不連続的である。

振動型2

【図18】に、 $\bar{u}_c(0) = 0.150$ のときの非線形発展形態を示す。この場合には、不安定波の振幅が振動する発展形態をとる。しかし、下層の中心位置が上層の中心位置に対して下流伝播となっており、振動型1とは異なる発展形態を示す。上層、下層の不安定波の位相関係という観点からは渦対型と同様の挙動を示す。振動型1から渦対型への発展形態の変化は不連続であったが、渦対型から振動型2への発展形態の変化は連続的である。ここでは、上層、下層の渦位領域が離岸する場合には、渦対型として分類し、非線形発展に周期性がある場合には、振動型2として分類している。また、図には発展形態を示さないが、これら2つの発展形態の間には、発展形態に周期性がなく、離岸しない形態（遷移型）が存在する。

3.3 点渦モデル

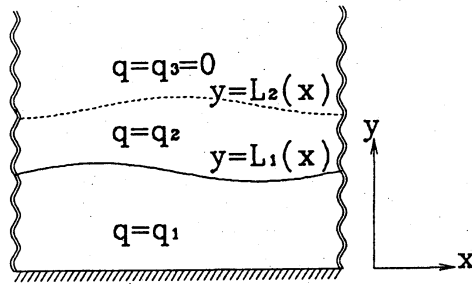
上層、下層の渦位領域を点渦 (Γ_1, Γ_2) に近似したモデルを考え【図11】、非線形発展形態の岸での平均傾圧流速依存性を明確にする。2次元非発散の場合と同様に、積分保存量による制約と周期境界条件から、2つの点渦の位置は2変数で記述される。点渦の挙動は、相空間での等エネルギー線を考察することにより調べることができる。

ここでは、周期長を固定し、岸での平均傾圧流速 ($\bar{u}_c(0)$) の違いによる相空間での解軌道の違いに注目する。 $\bar{u}_c(0)$ が小さいときには、楔型の軌道 (A) (振動型1に対応) が存在する【図19a】。これは、2次元非発散の場合の碎波型と同様の挙動を示す。 $\bar{u}_c(0)$ の増大とともに、楔型の軌道は消滅し、渦対型の軌道 (B) が出現する【図19b】。このとき、振動型2に対応する軌道 (C) も同時に存在している。さらに、 $\bar{u}_c(0)$ が増大すると、振動型2に対応した軌道 (C) が卓越してくる【図19c】。以上のように、 $\bar{u}_c(0)$ の増大に伴う不安定波の発展形態の不連続的な変化 (振動型1から渦対型) は、軌道 (A) の $\bar{u}_c(0)$ の増大に伴う消滅 (カストロフ的变化) から説明できる。また、渦対型と振動型2との間に遷移型が存在することも、【図19b】から【図19c】への解軌道の連続的な変化から説明可能である。

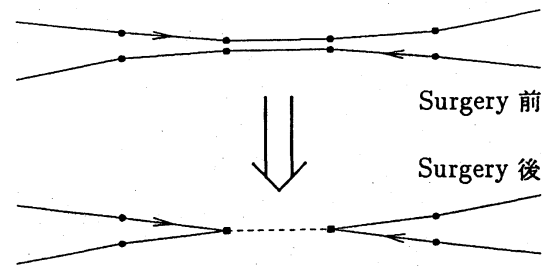
尚、【図19】の作成に際しては、地球流体電脳ライブラリを利用させて頂きました。

引用文献

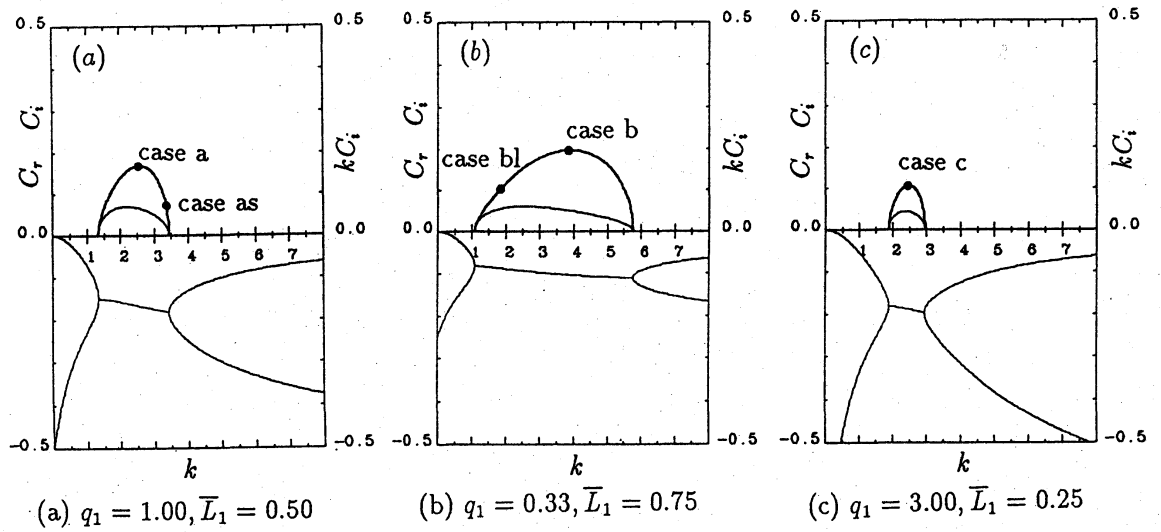
- Dritschel, D. G. 1988: Contour surgery: a topological reconnection scheme for extended integrations using contour dynamics. *J. Comput. Phys.*, **77**, 240-266.
- Ikeda, M., W. J. Emery and L. A. Mysak, 1984a: Seasonal variability in meanders of the California Current system off Vancouver Island. *J. Geophys. Res.*, **89**, 3487-3505.
- Ikeda, M., L. A. Mysak and W. J. Emery, 1984b: Observation and modeling of satellite-sensed meanders and eddies off Vancouver Island. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**, 3-21.
- Ikeda, M., and W. J. Emery, 1984: Satellite observations and modeling of meanders in the California Current system off Oregon and northern California. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**, 1434-1450.
- Kubokawa, A., 1989: Growing solitary disturbance in a baroclinic boundary current. *J. Phys. Oceanogr.*, **19**, 182-192.
- McCreary, J. P., Y. Fukumachi and P. K. Kundu, 1991: A numerical investigation of jets and eddies near eastern ocean boundary. *J. Geophys. Res.*, **96**, 2515-2534.
- Ohshima, K. I., and M. Wakatsuchi, 1990: A numerical study of barotropic instability associated with Soya Warm Current in the Sea of Okhotsk. *J. Phys. Oceanogr.*, **20**, 570-584.
- Wakatsuchi, M., K. I. Ohshima, 1990: Observation of ice-ocean eddy street off Hokkaido coast in the Sea of Okhotsk through radar images. *J. Phys. Oceanogr.*, **20**, 585-594.
- Yoon, J. H., and I. Yasuda, 1987: Dynamics of the Kuroshio large meander: two-layer model. *J. Phys. Oceanogr.*, **17**, 66-81.
- Zabusky, N. J., M. Hughes and K. V. Roberts, 1979: Contour dynamics for the Euler equations in two dimensions. *J. Comput. Phys.*, **30**, 96-106.



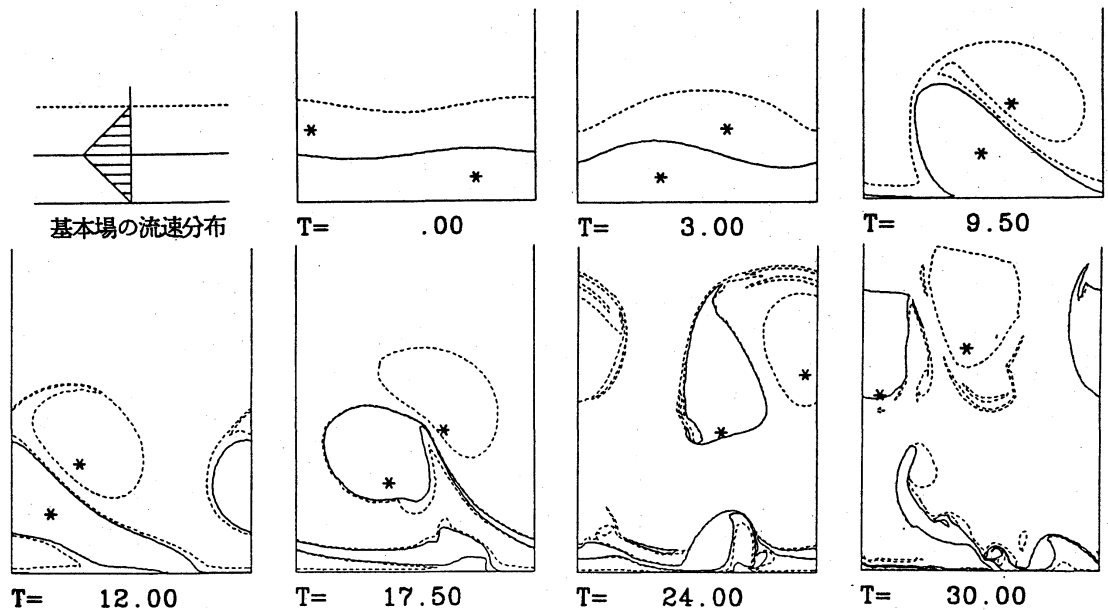
【図1】モデルの概念図（2次元非発散境界流）
x方向は周期境界



【図2】Contour Surgery 法の概念図

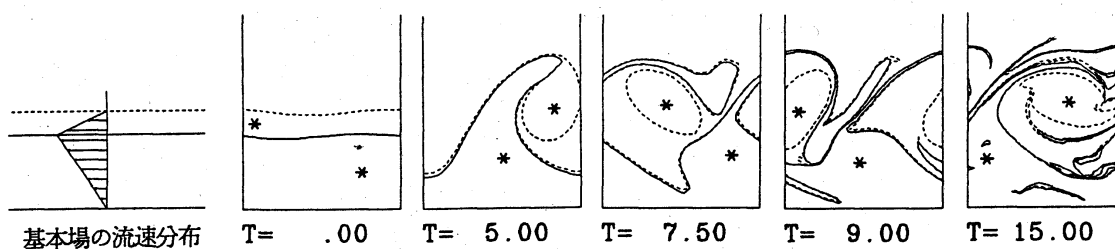


【図3】分散関係図（実線：位相速度 C_r, C_i 、太線：成長率 kC_i ）

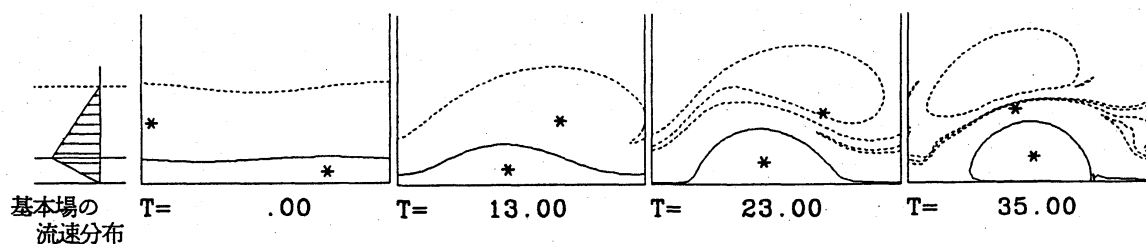


【図4】渦度フロントの時間発展 実線：フロント1， 破線：フロント2

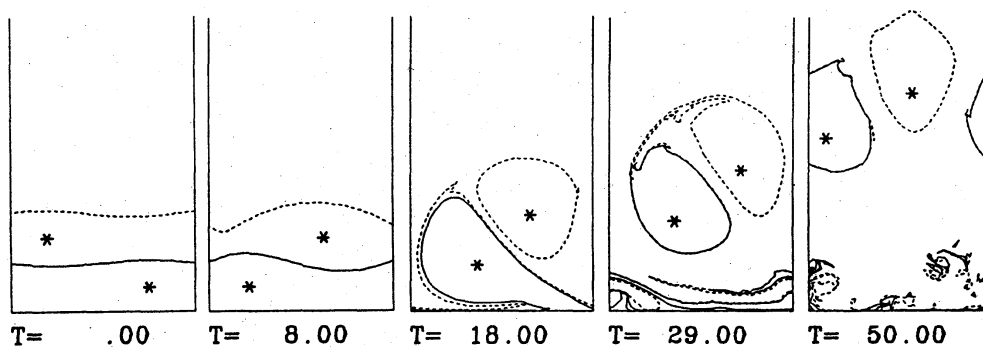
case a (渦対型) : $q_1 = 1.00, \bar{L}_1 = 0.50, k = 2.58$ (最大成長率)



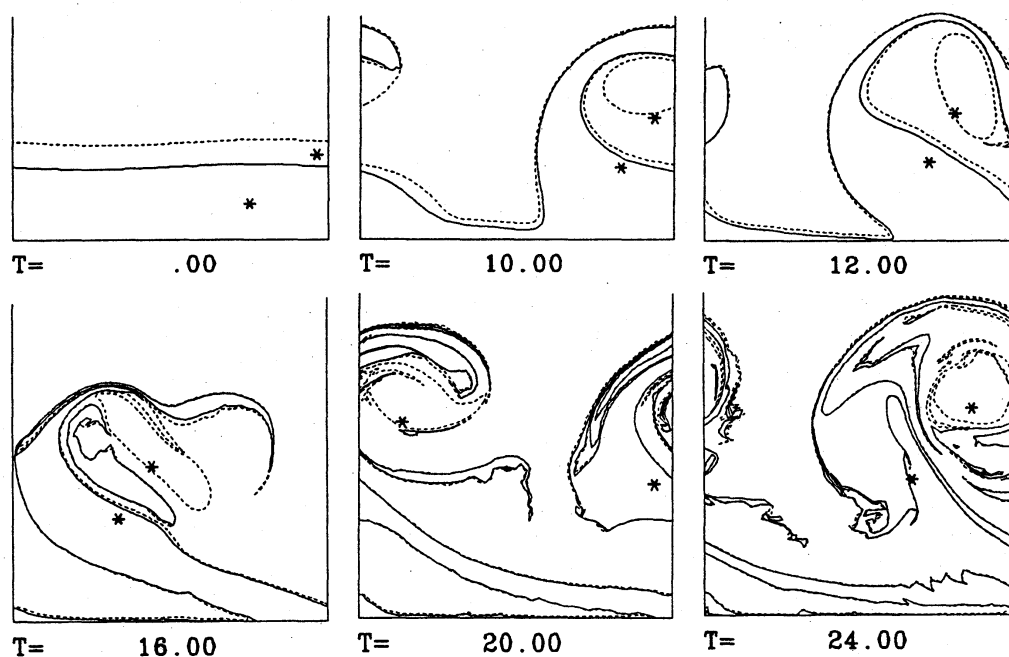
【図5】渦度フロントの時間発展. case b (碎波型) : $q_1 = 0.33, \bar{L}_1 = 0.75, k = 3.92$ (最大成長率)



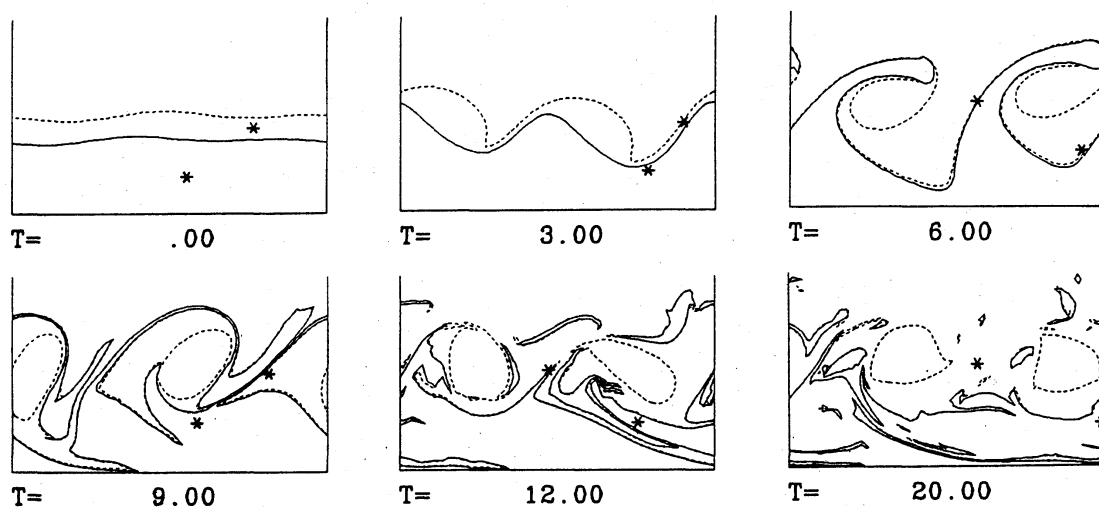
【図6】渦度フロントの時間発展. case c (捕捉型) : $q_1 = 3.00, \bar{L}_1 = 0.25, k = 2.48$ (最大成長率)



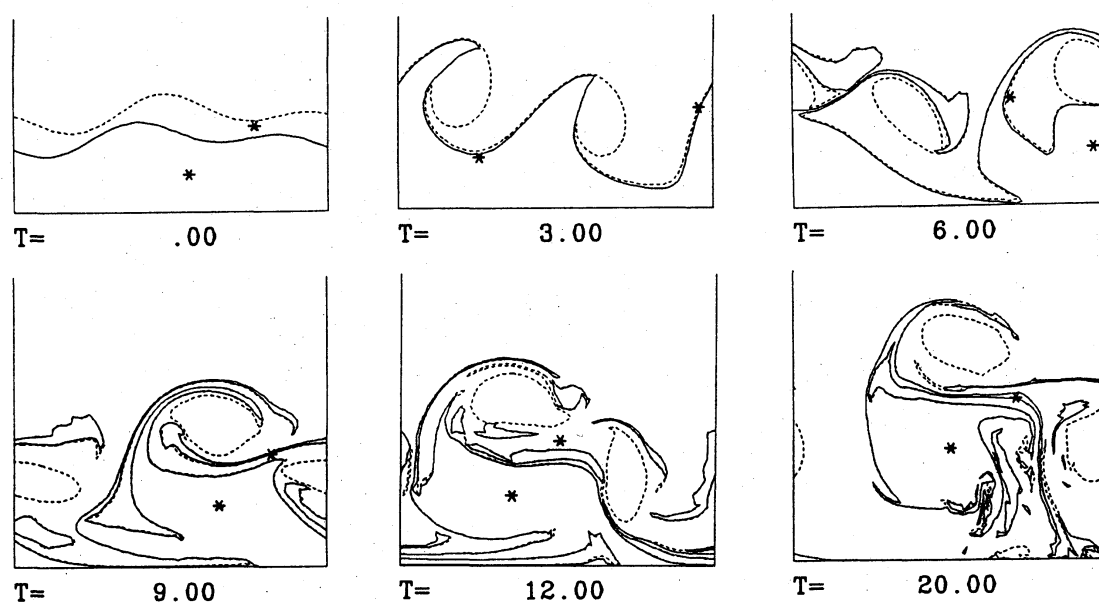
【図7】渦度フロントの時間発展. case as: $q_1 = 1.00, \bar{L}_1 = 0.50, k = 3.35$



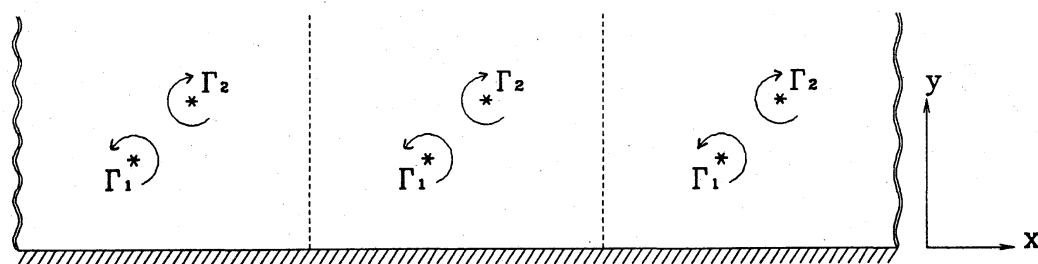
【図8】渦度フロントの時間発展. case bl (渦対型) : $q_1 = 0.33, \bar{L}_1 = 0.75, k = 1.96$

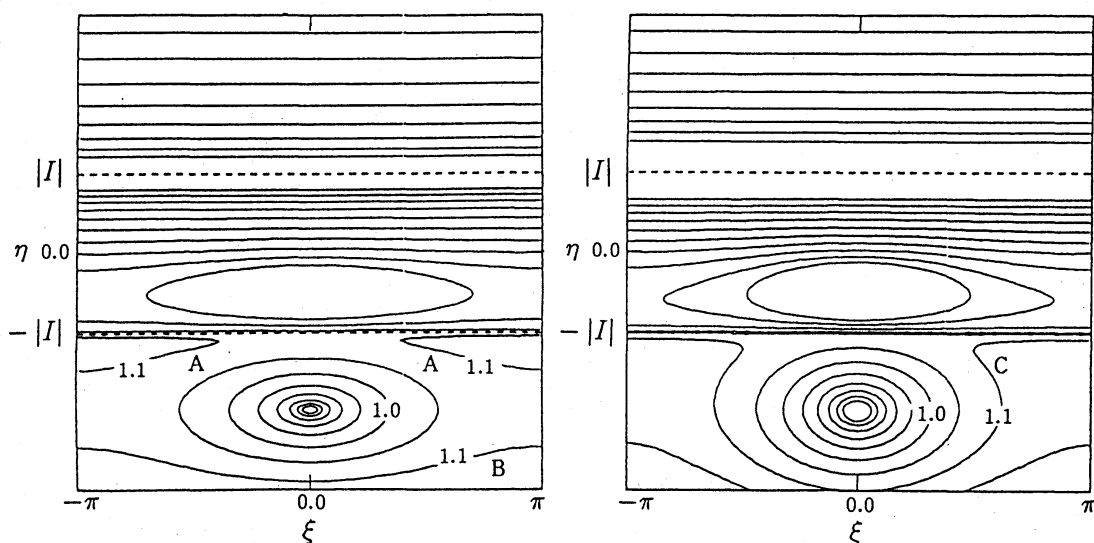


【図9】渦度フロントの時間発展。(碎波型)

 $q_1 = 0.33, \bar{L}_1 = 0.75, k = 1.96, 3.92$. 初期振幅 0.025


【図10】渦度フロントの時間発展。(渦対型)

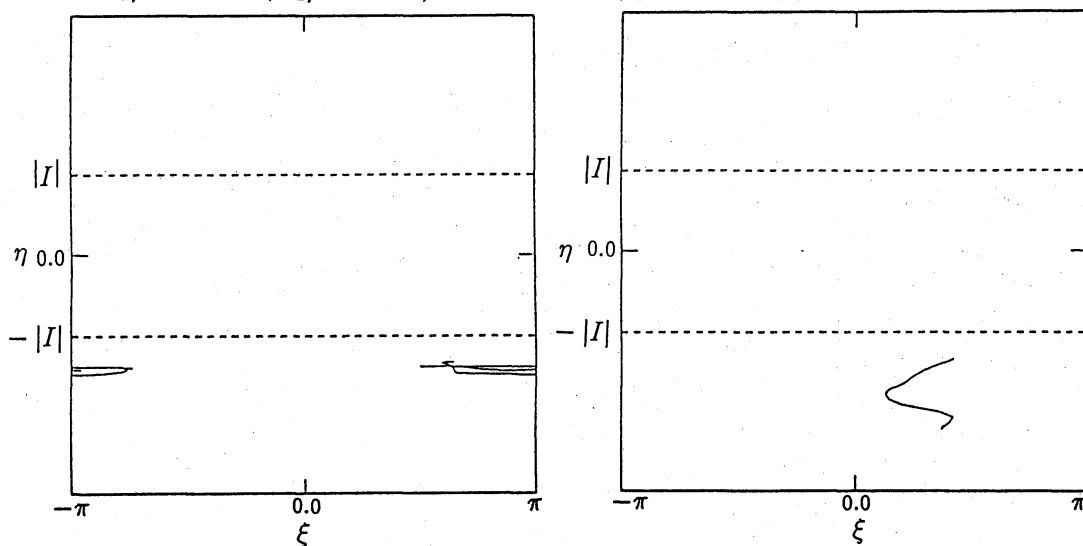
 $q_1 = 0.33, \bar{L}_1 = 0.75, k = 1.96, 3.92$. 初期振幅 0.100
【図11】点渦モデルの概念図 (x 方向は周期境界)



【図1 2】相空間 (ξ, η) における解軌道 (等エネルギー線: $E = \exp(H)$) の周期長依存性.

$$\Gamma_1/\lambda = -0.33, \Gamma_2/\lambda = 1.00, I = 1.178$$

(a) $\lambda = 2.2$, (b) $\lambda = 3.2$



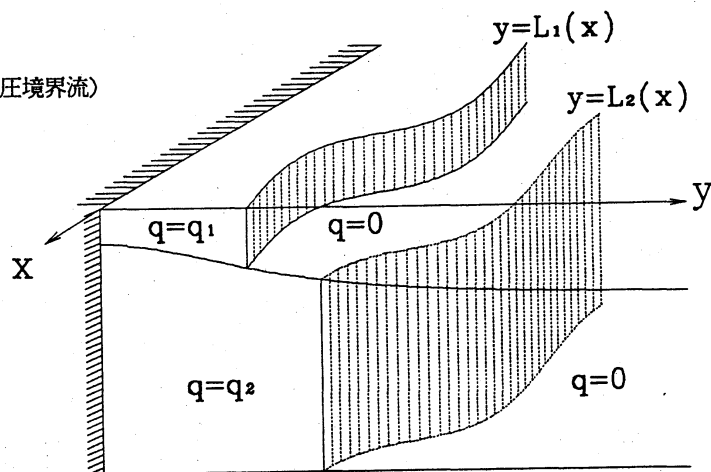
【図1 3】渦度分布の中心位置の相空間 (ξ, η) での軌道.

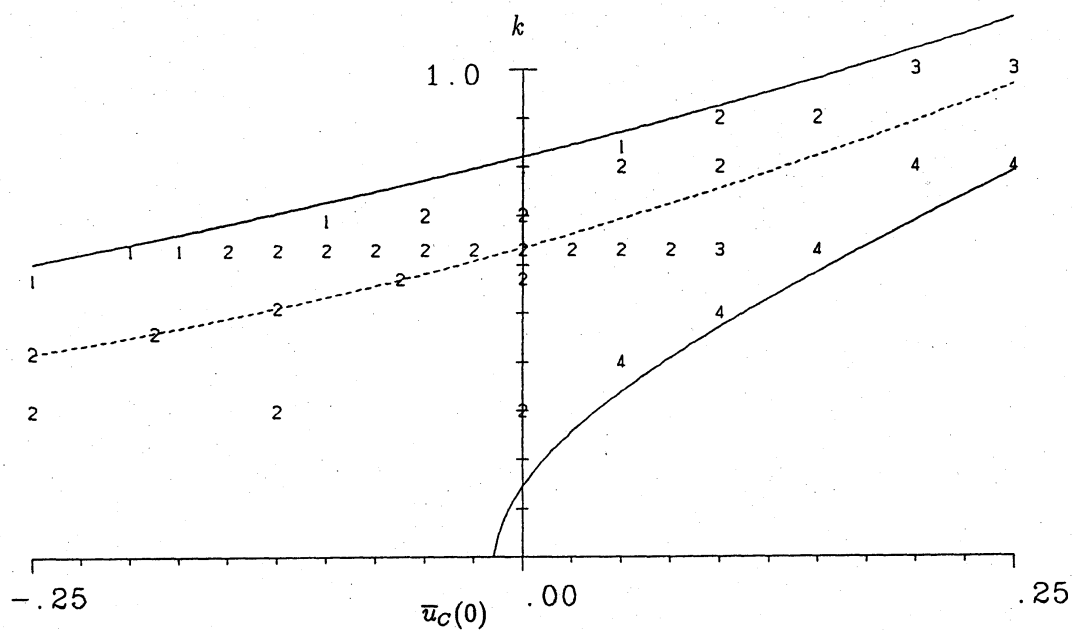
$$\Gamma_1/\lambda = -0.33, \Gamma_2/\lambda = 1.00, I = 1.178$$

(a) $\lambda = 1.6$, (b) $\lambda = 3.2$

【図1 4】モデルの概念図 (2層傾圧境界流)

x方向は周期境界



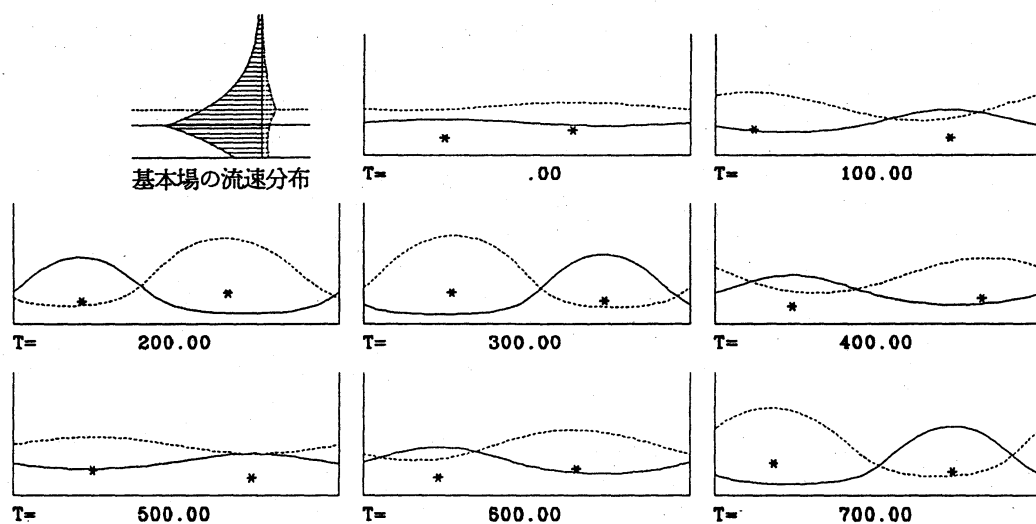


【図15】 $\bar{u}_C(0) - k$ 空間での非線形発展形態分類図.

$$\bar{L}_1 = 1.0, \bar{L}_2 = 1.5, q_1 = -1.0, q_2 = -0.667, \delta = 0.25$$

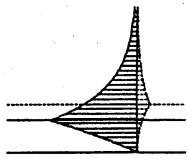
1 : 振動型1, 2 : 渦対型, 3 : 遷移型, 4 : 振動型2.

実線で囲まれた領域が線形不安定. 破線は最大成長率をもつ不安定波を表す.



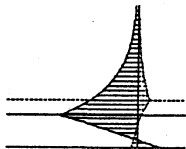
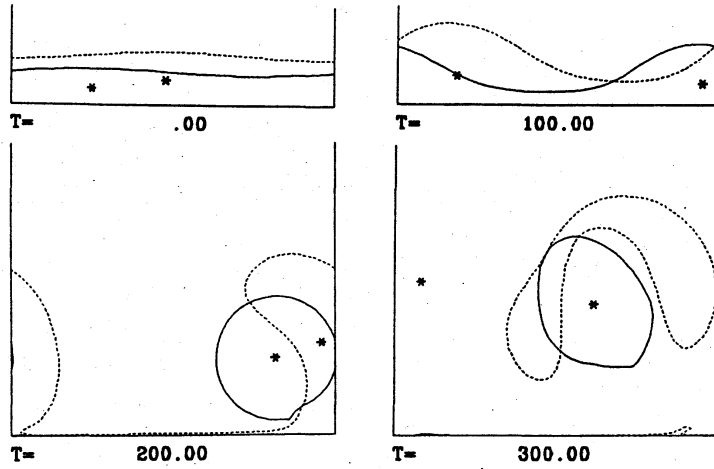
【図16】 $\bar{u}_C(0) = -0.175$ のときの渦位フロントの時間発展. (振動型1)

実線 : 上層のフロント、破線 : 下層のフロント.

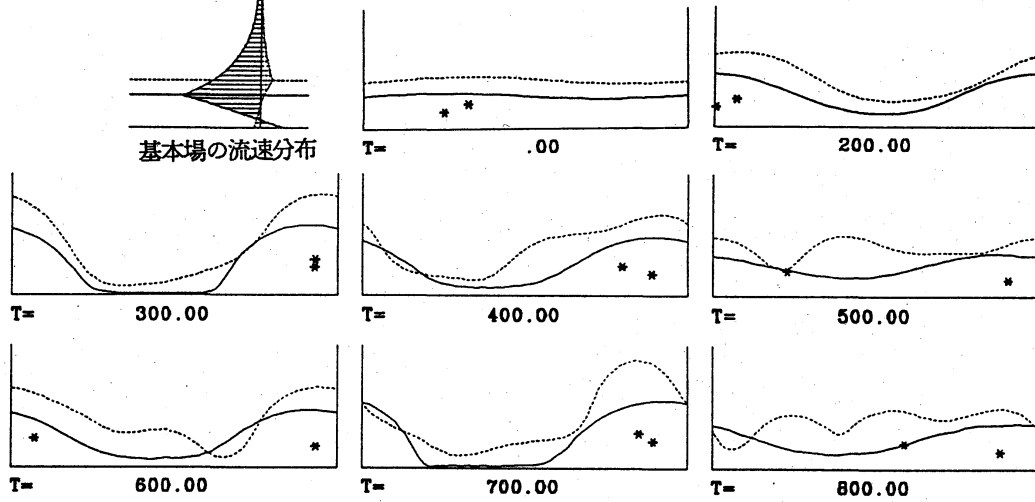


基本場の流速分布

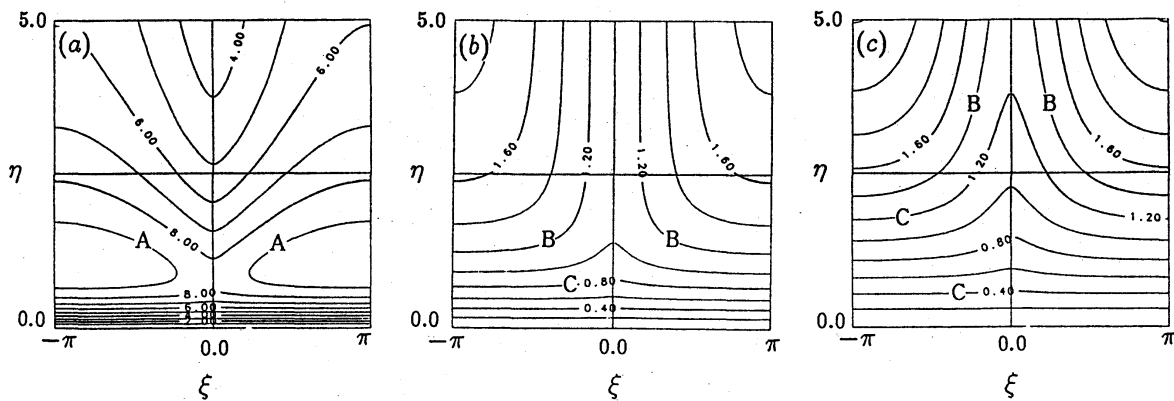
【図17】 $\bar{u}_C(0) = 0.000$ のとき
の渦位フロントの時間発展。
(渦対型)



基本場の流速分布



【図18】 $\bar{u}_C(0) = -0.150$ のときの渦位フロントの時間発展。(振動型2)



【図19】 相空間 (ξ, η) における解軌道 (等エネルギー線: $E = \exp(H)$) の岸での平均傾圧流速依存性.

$$\Gamma_1/\lambda = 1.00, \Gamma_2/\lambda = -1.00, I = 0, k = 0.76, \delta = 0.25$$

(a) $\bar{u}_C(0) = -2.0$, (b) $\bar{u}_C(0) = 0.0$, (c) $\bar{u}_C(0) = 1.0$